

# Méthode de couplage Euler-Lagrange pour la dynamique rapide

Jacques Flament<sup>1</sup>, Patrick Le Tallec<sup>2</sup>, Jean-Philippe Perlat<sup>1</sup>

<sup>1</sup> CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France

<sup>2</sup> Ecole polytechnique, L.M.S., F-91128 Palaiseau Cedex

**Résumé** — La méthode de couplage proposée permet une utilisation simultanée des deux codes : un code lagrangien calcule les parties présentant peu de déformations et un code eulérien, les zones à fortes déformations. Le dialogue entre les deux codes est assuré par la librairie classique de passage de messages MPI. Le problème numérique du couplage des deux zones logiques est résolu en utilisant un algorithme de contact-glissement de type PRONTO [1].

**Mots clés** — Couplage Euler-Lagrange, Euler bifluide, Contact-glissement, Dynamique rapide

## 1 Introduction

Dans les codes de dynamique rapide, deux types de schémas sont souvent proposés :

-les schémas lagrangiens, dans lesquels le maillage se déplace à la même vitesse que la matière, permettent de suivre avec précision les frontières entre matériaux. Leur robustesse est cependant mise en défaut lors de fortes déformations de maillage.

-les schémas eulériens, dans lesquels le maillage est fixe, sont alors utilisés, au détriment d'un bon suivi des interfaces entre matériaux.

Nous proposons ici, de cumuler les avantages des deux schémas dans la même simulation numérique en couplant les deux approches : un code lagrangien calcule les parties présentant peu de déformations et un code eulérien, les zones à fortes déformations. Le dialogue entre les deux codes est assuré par la librairie classique de passage de message MPI. Les deux codes font partie du logiciel Hésione [2].

D'un point de vue numérique, le couplage Euler-Lagrange s'inspire de la méthode de couplage Olovsson [3], améliorée par une fonction de corrélation entre maîtres et esclaves, adaptable. Le contact-glissement de type PRONTO s'effectue entre la surface lagrangienne, vue comme un ensemble de noeuds (et de faces) successifs, et des mailles eulériennes qui occupent l'ensemble du domaine et qui interceptent la surface lagrangienne. La partie eulérienne peut donc être considérée comme en bifluide, du vide dans la zone occupée par le solide, un fluide réel ailleurs.

Après une description théorique du couplage, nous présenterons quelques résultats de simulations 2D et 3D illustrant la pertinence de cette approche.

## 2 Equations du couplage

Nous considérons le couplage entre, d'une part, un objet solide en Lagrange, et d'autre part des matériaux Euler traités en hydrodynamique pure (en présence de vide) et occupant l'intégralité du domaine de calcul. Dans la partie Lagrange, les équations de conservation s'écrivent sous forme lagrangienne

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s d\tau = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s \vec{u}_s d\tau = \int_{\Omega_s(t)} \nabla \cdot \sigma_s d\tau - \int_{\Gamma_I} P_f n_I dS \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s e_s d\tau = \int_{\Omega_s(t)} (\sigma_s \cdot n_s) \nabla \cdot \vec{u}_s d\tau - \int_{\Omega_s(t)} P_f \nabla \cdot \vec{u}_s d\tau \quad (3)$$

où  $\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \lambda$  est la dérivée matérielle d'une variable.

Les variables  $\rho_s, \vec{u}_s, \sigma_s$  et  $e_s$  sont respectivement la densité, la vitesse, le tenseur des contraintes et l'énergie interne du solide traité en Lagrange. Les équations s'appliquent à tout domaine matériel arbitraire  $\Omega_s(t)$  de frontière  $\Gamma_s(t)$  ( $n_s$  est la normale à cette frontière) que l'on suit dans son mouvement. Dans la partie Euler multi-fluides, nous nous plaçons dans le cadre de fluides compressibles, instationnaires, non-visqueux et non-conducteurs de chaleur. Nous noterons :

- $\Omega$  le domaine de calcul utilisé de frontière  $\Gamma$  (de normale  $n$ ),
- $\Omega_\alpha(t)$  le domaine du fluide  $\alpha$  de frontière  $\Gamma_\alpha(t)$  à l'intérieur de  $\Omega$ ,
- $V(t)$  le domaine vide.

On a donc  $\Omega = V(t) \cup \Omega_\alpha(t)$  et  $\Omega_\alpha(t) \cap \Omega_\beta(t)$  si  $\alpha \neq \beta$ .

L'interface  $\Gamma_I$  est définie par  $\Gamma_I = \Gamma_s \cap \Omega$  de normale  $n_I$  (orientée vers l'extérieur du Lagrange  $\Omega_s$ ).

Dans ce cadre en s'appuyant sur la formulation théorique développée dans [4], on introduit le prolongement de densité  $\rho_f$  telle que  $\rho_f = \rho_\alpha$  sur  $\Omega_\alpha(t)$ ,  $\rho_f = \rho_\beta$  sur  $\Omega_\beta(t)$  et  $\rho_f = 0$  sur  $V(t)$  et de pression  $P_f$  telle que  $P_f = P_\alpha$  sur  $\Omega_\alpha(t)$ ,  $P_f = P_\beta$  sur  $\Omega_\beta(t)$  et  $P_f = 0$  sur  $V(t)$ . Nous pouvons alors écrire les équations sur tout domaine de calcul  $\Omega$  sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho_f d\tau = - \int_{\Gamma} \rho_f \vec{u}_f n dS \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho_f \vec{u}_f d\tau = - \int_{\Gamma} (\rho_f \vec{u}_f) \vec{u}_f n dS - \int_{\Omega} \nabla P_f d\tau \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho_f e_f d\tau = - \int_{\Gamma} \rho_f e_f \vec{u}_f n dS - \int_{\Omega} P_f \nabla \cdot \vec{u}_f d\tau \quad (6)$$

Dans l'équation (5), le terme  $\int_{\Omega} \nabla P_f d\tau$  est à prendre au sens des distributions. Il peut se séparer en une partie "régulière" définie à l'intérieur de  $\Omega_f(t) = \bigcup \Omega_\alpha(t)$  et nulle sur  $V(t)$  et un terme de saut défini sur la frontière  $\Gamma_I$  sous la forme :

$$\int_{\Omega} \nabla P_f d\tau = \int_{\Omega \cap \Omega_f} \nabla P_f d\tau - \int_{\Gamma} P_f n_I dS$$

Nous rappelons que la résolution des équations (4,5,6), dans le code Euler, se fait par une méthode de splitting : une phase Lagrange suivi de la phase d'advection. La phase Lagrange s'écrit comme les équations (1,2,3) pour les fluides Euler soit :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \rho_f d\tau = 0 \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \rho_f \vec{u}_f d\tau = - \int_{\Omega_f(t)} \nabla P_f d\tau \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \rho_f e_f d\tau = - \int_{\Omega(t)} P_f \nabla \cdot \vec{u}_f d\tau \quad (9)$$

et la phase d'advection qui correspond à une projection des quantités transportées  $\rho_f, \rho_f \vec{u}_f$  et  $\rho_f e_f$  sur le maillage initial.

Le couplage en effort est pris en compte pendant la phase Lagrange du code Euler et se situe entre la résolution des équations de quantité de mouvement de la partie Lagrange et celles de la phase Lagrange du modèle Euler, soit d'une part :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s \vec{u}_s d\tau = \int_{\Omega_s(t)} \nabla \cdot \sigma_s d\tau - \int_{\Gamma_I} P_f n_I dS \quad (10)$$

pour le code Lagrange et d'autre part :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \rho_f \vec{u}_f d\tau = - \int_{\Omega(t)} \nabla P_f d\tau + \int_{\Gamma} P_f n_I dS \quad (11)$$

pour le code Euler.

La surface  $\Gamma_I$  est en fait la surface lagrangienne dont les noeuds sont inclus dans la domaine Euler. Sous forme locale, les équations (10) et (11) sont :

$$\rho_s \frac{d\vec{u}_s}{dt} = \nabla \cdot \sigma_s \text{ sur } \Omega_s \quad (12)$$

$$\rho_f \frac{d\vec{u}_f}{dt} = -\nabla P_f \text{ sur } \Omega \quad (13)$$

avec l'équation du couplage donnée par :

$$(\sigma.n_I).n_I = -P_f n_I \text{ sur } \Gamma_I.$$

Le couplage glissant s'effectue en imposant l'égalité des vitesses normales Lagrange et Euler sur la surface  $\Gamma_I$  de normale  $n_I$  (orientée vers l'extérieur du Lagrange  $\Omega_s$ ) soit :

$$\vec{u}_s.n_I = \vec{u}_f.n_I \quad (14)$$

### 3 Formulation faible

Dans un formalisme éléments finis, la formulation faible des équations (12) et (13) s'obtient après multiplication par une fonction test et intégration sur le domaine de calcul complet. Posons  $\hat{u}_s$  les fonctions test pour l'équation lagrangienne et  $\hat{u}_f$  les fonctions test pour l'équation eulérienne vérifiant l'équation (14) de couplage glissant :

$$\hat{u}_s.n_I = \hat{u}_f.n_I \quad (15)$$

Nous obtenons alors la formulation faible suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s \frac{d\vec{u}_s}{dt} \hat{u}_s d\tau &= \int_{\Omega_s(t)} \hat{u}_s \nabla \cdot \sigma_s d\tau \\ \int_{\Omega(t)} \rho_f \frac{d\vec{u}_f}{dt} \hat{u}_f d\tau &= - \int_{\Omega(t)} \hat{u}_f \nabla P_f d\tau \end{aligned}$$

En utilisant les formules classiques et en extrayant le terme d'intégration sur la surface  $\Gamma_I$ , on a :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s \frac{d\vec{u}_s}{dt} \hat{u}_s d\tau + \int_{\Omega_s(t)} \sigma_s \cdot \nabla \hat{u}_s d\tau &= - \int_{\Gamma_I} P_f \hat{u}_s.n_I dS \\ \int_{\Omega(t)} \rho_f \frac{d\vec{u}_f}{dt} \hat{u}_f d\tau - \int_{\Omega(t)} P_f \nabla \hat{u}_f d\tau &= \int_{\Gamma_I} P_f \hat{u}_f.n_I dS. \end{aligned}$$

Donc grâce aux choix des fonctions test, on obtient au sens faible, l'équation du couplage suivante. Trouver  $\vec{u}$  vérifiant (15) et tel que  $\forall (\vec{u}_f, \vec{u}_s)$  vérifiant (14), on ait

$$\int_{\Omega_s(t)} \rho_s \frac{d\vec{u}_s}{dt} \hat{u}_s d\tau + \int_{\Omega_s(t)} \sigma_s \cdot \nabla \hat{u}_s d\tau = - \int_{\Omega(t)} \rho_f \frac{d\vec{u}_f}{dt} \hat{u}_f d\tau + \int_{\Omega(t)} P_f \nabla \hat{u}_f d\tau. \quad (16)$$

Cette formulation ne nécessite pas de calculer la pression d'interface.

### 4 Discrétisation

Pour la partie Lagrange, cherchons les fonctions tests  $\hat{u}_s$  et les solutions  $u_s$  sous la forme de combinaisons linéaires des fonctions bilinéaires classiques  $\chi_j$  associées à un noeud  $j$  du maillage lagrangien. Ainsi, les solutions approchées des vitesses lagrangiennes sont

$$u_s(x) = \sum_j u_s(j) \chi_j(x) \quad (17)$$

où  $u_s(x_j) = u_s(j)$  sont les valeurs de la vitesse au noeud Lagrange  $j$  et les fonctions tests se décomposent sous la forme

$$\hat{u}_s(x) = \sum_j \hat{u}_s(j) \chi_j(x) \quad (18)$$

où  $\hat{u}_s(x_j) = \hat{u}_s(j)$  sont ici les valeurs de la fonction test au noeud  $j$ . Nous y associons l'élément  $\Omega_s^j(t)$  support de la fonction test  $\chi_j$ . De même, nous décomposons les fonctions tests  $\hat{u}_f$  et les solutions  $u_f$

sous la forme de combinaisons linéaires de fonctions bilinéaires classiques  $\phi_i$  associées à un noeud  $i$  du maillage eulérien. Nous définissons ainsi les solutions approchées des vitesses eulériennes

$$u_f(x) = \sum_i u_f(i) \phi_i(x) \quad (19)$$

où  $u_f(i)$  sont les valeurs de la vitesse au noeud  $i$  et les fonctions tests se décomposent sous la forme

$$\hat{u}_f(x) = \sum_i \hat{u}_f(i) \phi_i(x) \quad (20)$$

où  $\hat{u}_f(i)$  sont les valeurs de la fonction test au noeud  $i$ . Nous y associons l'élément  $\Omega_f^i(t)$  support de la fonction test  $\phi_i$ ;  $\Omega_f^i(t)$  est donc la réunion des mailles connectées au noeud  $i$ . Définissons maintenant les coefficients  $\alpha_{il}$  tels que

$$\alpha_{il} = \phi_i(x_l). \quad (21)$$

Nous dirons qu'un noeud lagrangien  $l$  est connecté à un noeud  $i$  Euler si  $\alpha_{il} \neq 0$ . Ceci définit les  $\alpha_{kj}$  comme les coordonnées isoparamétriques d'un noeud Lagrange  $j$  de  $(x_j)$  dans une maille Euler donnée de sommet  $(x_k)$ .

Nous noterons dans la suite  $n_I(x_j) = n_I(j)$  la valeur de la normale de la surface Lagrange au noeud  $j$  égale à la moyenne de la valeur des normales aux faces qui lui sont connectées.

Revenons maintenant à la formulation faible (16) et choisissons les fonctions tests  $\hat{u}_f(x) = \phi_i(x) e_n$  où  $e_n$  est un des vecteurs du repère cartésien. Pour le couplage glissant, il vient alors de l'équation (15) et de la définition (21) que pour tout noeud  $j$  du maillage lagrangien appartenant à  $\Gamma_I$ , on doit imposer la condition de continuité locale :

$$\hat{u}_s(x_i) \cdot n_I = \hat{u}_f(x_j) \cdot n_I = \alpha_{ij} e_n \cdot n_I$$

ce qui conduit à prendre  $\hat{u}_s(x_j) = \alpha_{ij} n_I(j) \cdot e_n n_I(j)$ .

Dans ce cadre, le noeud Lagrange est esclave du noeud Euler au sens où la valeur en un noeud Lagrange est spécifiée par le champ eulérien.

Cette relation définit les fonctions tests

$$\hat{u}_s(x) = \sum_j \hat{u}_s(j) \chi_j(x) = \sum_j \alpha_{ij} (n_I(j) \cdot e_n) n_I(j) \chi_j(x)$$

Avec ce choix des fonctions test, la formulation faible (16) s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s(t)} \rho_s \frac{d\vec{u}_s}{dt} \left( \sum_j \alpha_{ij} (n_I(j) \cdot e_n) n_I(j) \chi_j \right) d\tau + \int_{\Omega_s(t)} \sigma_s \cdot \nabla \left( \sum_j \alpha_{ij} (n_I(j) \cdot e_n) n_I(j) \chi_j \right) d\tau \\ = - \left[ \int_{\Omega(t)} \rho_f \frac{d\vec{u}_f}{dt} \cdot \phi_i e_n d\tau - \int_{\Omega(t)} P_f \nabla \cdot \phi_i e_n d\tau \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Classiquement en remplaçant  $\vec{u}_s$  par son expression (17), puis en rappelant que dans les phases lagrangiennes, les fonctions bilinéaires définies sur des noeuds matériels  $x_j$  ou  $x_i$  vérifient  $\frac{d\chi_j}{dt} = 0$  et  $\frac{d\phi_i}{dt} = 0$  et enfin que l'on peut appliquer la méthode classique de condensation de la matrice de masse (mass lumping), nous pouvons donc déduire de la formulation faible (16) l'équation sur un noeud  $i$  Euler couplé à des noeuds  $j$  Lagrange de  $\Gamma_I$  qui s'écrit donc dans le cas glissant :

$$\sum_j \alpha_{ij} (n_I(j) \cdot e_n) n_I(j) \left( \frac{du_s(j)}{dt} \int_{\Omega_s^j(t)} \rho_s \chi_j^2 d\tau + \int_{\Omega_s(t)} \sigma_s \cdot \nabla \chi_j d\tau \right) = - \left( \frac{du_f(i)}{dt} \int_{\Omega^i(t)} \rho_f \phi_i^2 d\tau - \int_{\Omega(t)} P_f \nabla \cdot \phi_i \cdot e_n d\tau \right)$$

Reste à intégrer en temps cette équation. L'utilisation du schéma point milieu nous donne

$$\begin{aligned} \sum_j \alpha_{ij} (n_I(j) \cdot e_n) \left[ \left( \frac{u_s^{n+1/2}(j) - u_s^{n-1/2}(j)}{\Delta t} \right) \int_{\Omega_s^j(t)} \rho_s^n \chi_j^2 d\tau + \int_{\Omega_s(t)} \sigma_s^n \cdot \nabla \chi_j d\tau \right] \cdot n_I(j) \\ = - \left[ \left( \frac{u_f^{n+1/2}(i) - u_f^{n-1/2}(i)}{\Delta t} \right) \cdot e_n \int_{\Omega^i(t)} \rho_f^n \phi_i^2 d\tau - \int_{\Omega(t)} P_f^n \nabla \cdot \phi_i \cdot e_n d\tau \right] \end{aligned}$$

Définissons maintenant  $\tilde{u}_f^{n+1/2}(i)$  comme étant la vitesse du noeud  $i$  Euler calculée sans le couplage avec le Lagrange et  $\tilde{u}_s^{n+1/2}(j)$ , la vitesse du noeud  $j$  Lagrange calculée sans le couplage avec l'Euler.

Par définition des densités discrètes constantes par mailles, nous pouvons définir les masses nodales au noeuds  $i$  Euler et  $j$  Lagrange par :

$$m_f(i) = \int_{\Omega_i(t)} \rho_f \phi_i^2 d\tau \text{ et } m_s(j) = \int_{\Omega_s^j(t)} \rho_s \chi_j^2 d\tau$$

Nous obtenons alors l'équation de couplage entre un noeud  $i$  Euler connecté à des noeuds  $j$  Lagrange :

$$m_f(i) \left( \frac{u_f^{n+1/2}(i) - \tilde{u}_f^{n+1/2}(i)}{\Delta t} \right) = - \sum_j \alpha_{ij} m_s(j) \left( \frac{u_s^{n+1/2}(j) - \tilde{u}_s^{n+1/2}(j)}{\Delta t} \right) \cdot n_I(j) n_I(j) \quad (23)$$

En utilisant l'équation (12)  $\vec{u}_s \cdot n_I = \vec{u}_f \cdot n_I$ , on peut remplacer en première approximation au niveau du noeud  $i$  Euler, tous les termes  $\vec{u}_s(j) \cdot n_I(j)$  qui interviennent dans l'équation (23) par  $\vec{u}_s(j) \cdot n_I(j) \simeq \vec{u}_f(i) \cdot n_I(i)$  avec  $n_I(i)$  la normale estimée au noeud  $i$  :

$$n_I(i) = \frac{\sum_j \alpha_{ij} n_I(j)}{\sum_j \alpha_{ij}}$$

et  $\tau_I(i)$  la tangente associée.

De ce fait, l'équation (23) se réduit à une égalité tangentielle :

$$m_f(i) \left( \frac{u_f^{n+1/2}(i) - \tilde{u}_f^{n+1/2}(i)}{\Delta t} \right) \cdot \tau_I(i) = 0$$

et à un problème normal :

**Calculer la composante normale  $u_f^{n+1/2}(i) \cdot n_I(i)$  sur tout noeud  $i$  Euler connecté à des noeuds  $j$  Lagrange qui vérifie l'équation :**

$$\left( m_f(i) + \sum_j \alpha_{ij} m_s(j) \right) u_f^{n+1/2}(i) \cdot n_I(i) = m_f(i) \tilde{u}_f^{n+1/2}(i) \cdot n_I(i) + \sum_j \alpha_{ij} m_s(j) \tilde{u}_s^{n+1/2}(j) \cdot n_I(j) \quad (24)$$

$\tilde{u}_s^{n+1/2}(j)$  et  $\tilde{u}_f^{n+1/2}(i)$  étant données par les codes Lagrange et Euler indépendamment.

Une fois corrigées les vitesses Euler  $u_f^{n+1/2}(i)$ , nous actualisons ensuite la vitesse Lagrange  $u_s^{n+1/2}(j)$  afin de vérifier l'égalité de couplage cinématique (14) :

$$u_s^{n+1/2}(j) = \tilde{u}_s^{n+1/2}(j) + \sum_j \alpha_{ij} \left( u_f^{n+1/2}(i) \cdot n_I(i) - \tilde{u}_s^{n+1/2}(j) \cdot n_I(j) \right) \cdot n_I(j) \quad (25)$$

Observons que si  $n_I(i) = n_I(j)$  (faible variation locale de la normale), la correction précédente garantit l'égalité de couplage cinématique (14).

## 5 Mise en oeuvre du couplage et échanges de données entre les codes

Le branchement de cet algorithme s'effectue dans le code après le calcul des vitesses  $\tilde{u}_s^{n+1/2}(j)$  aux noeuds  $j$  du maillage lagrangien et dans le code Euler, à la fin de la phase Lagrange, juste après le calcul des vitesses  $\tilde{u}_f^{n+1/2}(i)$  aux noeuds  $i$  du maillage Euler. Le couplage entre les deux codes se fait via la librairie de passage de messages MPI. La mise en oeuvre du couplage nécessite quatre étapes à chaque pas de temps.

D'abord, la réception par le coupleur de la description de la frontière Lagrange : liste des noeuds et des faces ; pour chaque noeud, sa position  $x(j)$ , sa vitesse  $\tilde{u}_s^{n+1/2}(j)$ , et sa normale  $n_I(j)$  ; pour chaque face, la liste des noeuds appartenant à la face et sa normale.

Ensuite, on effectue le calcul géométrique des coefficients d'interpolation  $\alpha_{ij}$  définissant les conditions de compatibilité cinématique (14) associé à la position actuelle du maillage lagrangien. On calcule alors la correction des vitesses Euler par (24). Enfin, le coupleur envoie au Lagrange les corrections des vitesses Lagrange obtenues par (25).

## 6 Quelques Résultats

Il s'agit d'une configuration de pénétration d'un projectile dans la cible préalablement perforée. Le projectile est constitué d'acier pour la coque métallique et contient un lest en téflon. Sa vitesse initiale est de 450 m/s. Le projectile Lagrange ne subit aucune déformation résiduelle et s'arrête dans la cible au bout de  $3380 \mu\text{s}$  (figure 1).

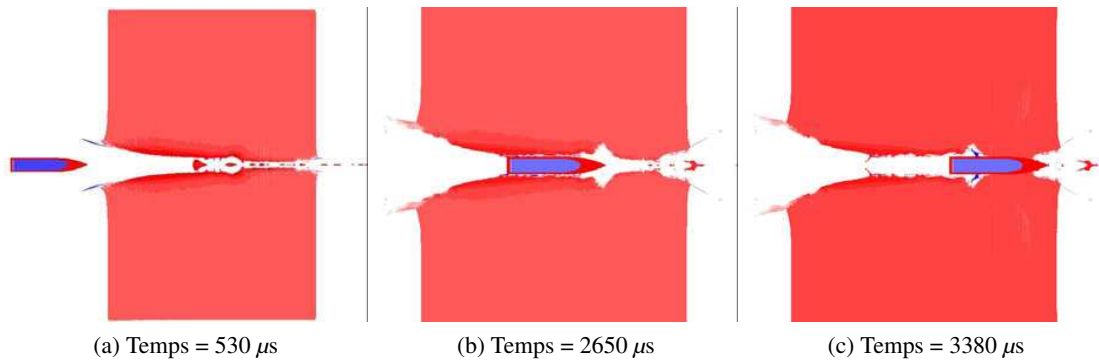


FIG. 1: Introduction d'un projectile lagrangien devant la cible et perforation

Le même calcul est effectué en 3D, avec une symétrie suivant le plan Oxy (figure 2). Comme en 2D, le projectile s'arrête au bout de 3,4ms.

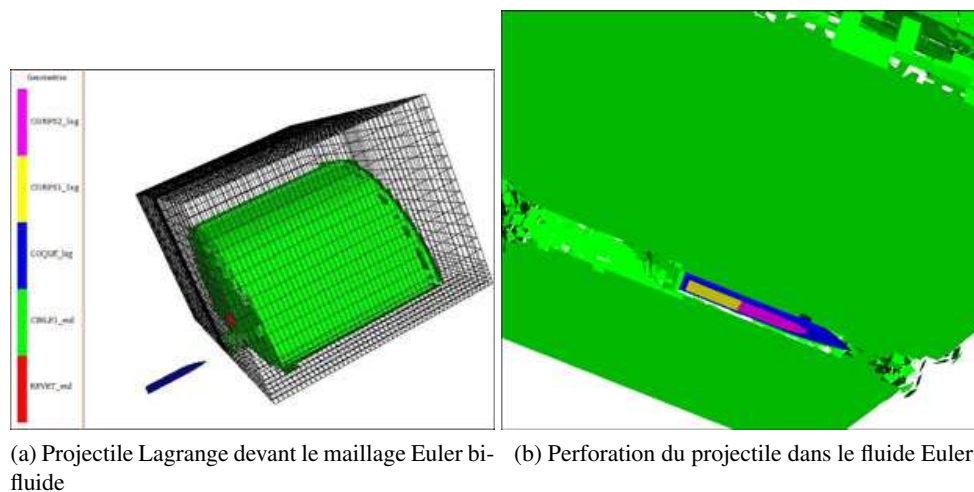
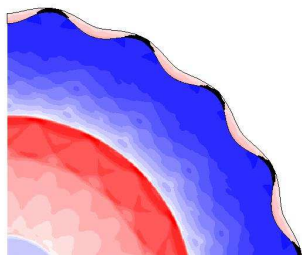


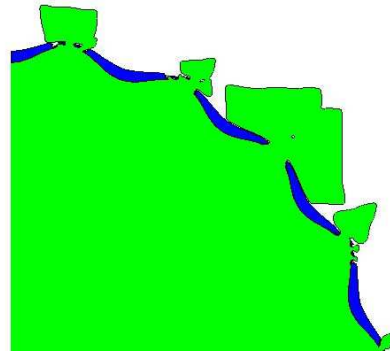
FIG. 2: Introduction d'un projectile lagrangien devant la cible et perforation.

On considère maintenant la détonation d'une charge explosive à symétrie cylindrique amorcée instantanément sur la longueur de son axe. Cette charge est confinée dans une enveloppe épaisse en acier, à symétrie cylindrique. La longueur étant supposée importante par rapport au diamètre, la configuration est modélisée en configuration 2D plan. L'objectif de ce calcul est de provoquer la rupture de l'enveloppe métallique, sous la poussée des gaz de détonation, et de simuler l'infiltration de ces derniers entre les fragments de l'enveloppe. L'explosif est traité en Euler tandis que l'enveloppe métallique reste en Lagrange. Cette dernière subit une fragmentation par érosion associée à un critère en déformation plastique de 120% (figure 3a). Le calcul est poursuivi jusqu'à ce que les produits de détonation devancent l'ensemble des fragments (figure 3b).

Le dernier essai simule les effets de la détonation d'une sphère d'explosif, amorcée en son centre et positionnée au contact d'une dalle de béton armé. Le scénario analysé est l'effet d'une brèche : la pression exercée par les gaz de détonation sur la face avant de la dalle en béton est suffisante pour expulser le béton préalablement endommagé par l'onde de choc initiale, et perforer la dalle. Ces gaz de détonation s'engouffrent ensuite dans la brèche, créant alors une onde aérienne derrière la dalle. La dalle a pour dimensions : longueur = 1.4m, hauteur=1.4m et épaisseur=1.0m. Elle est armée : son ferrailage est constitué de 2 nappes de diamètre 6mm situées à 2cm de chacune des faces. Le béton a



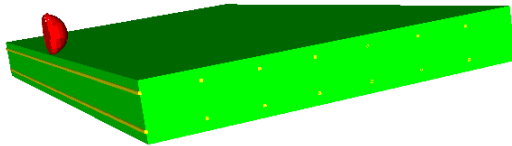
(a) Isovaleurs de la pression à  $27 \mu s$



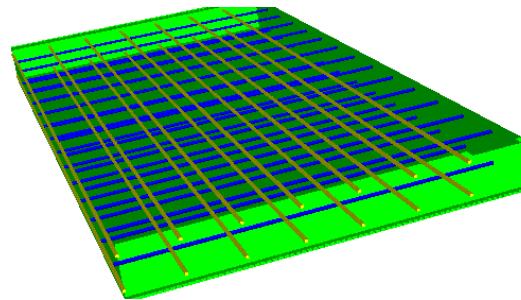
(b) Géométrie des matériaux à  $32.5 \mu s$

FIG. 3: Introduction d'un projectile lagrangien devant la cible et perforation.

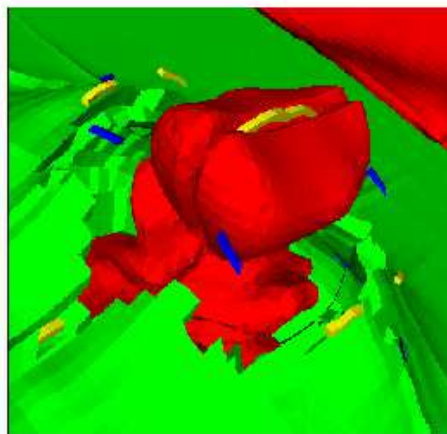
une dureté de 40MPa. Les armatures forment un treillis à mailles carrées, de côté 100mm. Elles sont constituées d'un acier présentant une limite de résistance à la rupture de 670MPa, et une déformation correspondante de 2%. La détonation est traitée en front d'onde géométrique. Le béton est associé à un modèle de comportement de Johnson Holmquist Cook. L'acier des armatures est décrit par un modèle de comportement élastique parfaitement plastique. La charge est simulée en configuration eulérienne et la dalle armée en Lagrange. Le calcul est mené jusqu'à 10 microsecondes. Afin de limiter le coût, un plan de symétrie vertical est utilisé (figures 4). Le résultat de la perforation de la dalle par effet de brèche, donne un diamètre de cavité de l'ordre de 200mm en face avant et de l'ordre 400 mm en face arrière (figure 5), cohérent avec les résultats obtenus dans [5].



(a) Bille d'explosif au contact d'une dalle de béton armée



(b) Treillis d'armatures dans le béton



(c) Perforation du béton par les produits de détonations

FIG. 4: caractéristiques du calcul 3D

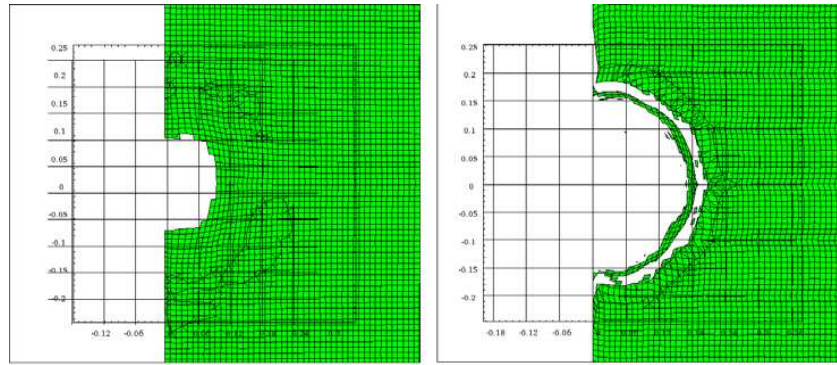


FIG. 5: Perforation de la dalle : coupes face avant à gauche et face arrière à droite.

## 7 Conclusion

Cette méthode de couplage s'appuie sur une formulation théorique adaptée couplant une approche eulérienne de l'interaction fluide-structure à un modèle lagrangien de solide. L'algorithme inspiré de la méthode d'Olovsson a été implanté en deux et trois dimensions dans le logiciel Hésione. Les premiers résultats obtenus sont prometteurs. D'autres simulations en relation avec des expériences [5] sont envisagées.

## Références

- [1] S. W. Attaway, B. A. Hendrickson, S. J. Plimpton, D. R. Gardner, C. T. Vaughan, K. H. Brown, M. W. Hein-stein, *A Parallel Contact Detection Algorithm for Transient Solid Dynamics Simulations Using PRONTO3D*, Computational Mechanics, 22, 143-159 (1998)
- [2] M. Vandenboomgaerde and C. Aymard, *Analytical theory for planar shock focusing through perfect gas lens and shock tube experiment designs* Physics of Fluids 23, 016101 (2011).
- [3] N. Aquelet, M. Souli, L. Olovsson, *Euler-Lagrange coupling with damping effects : application to slamming problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 195 (2006) 110-132.
- [4] B. Desjardin, M.-J. Esteban, C. Grandmont, P. Le Tallec, *Weak solution for a fluid-elastic structure interaction model* Rev. Math. Comput. 14 (2001) no. 2, 532-538
- [5] L. Borny *Vulnérabilité des infrastructures, Essais de tenue au souffle de dalles en béton armé*, Rapport d'essai 127/A/00/NP/W120, 05/02/01